



CUADERNOS DE TRABAJO

FACULTAD DE ESTUDIOS ESTADÍSTICOS

Belén matemático

Gloria Cabrera Gómez

Cuaderno de Trabajo número 04/2020



UCM

UNIVERSIDAD
COMPLUTENSE
MADRID

Los Cuadernos de Trabajo de la Facultad de Estudios Estadísticos constituyen una apuesta por la publicación de los trabajos en curso y de los informes técnicos desarrollados desde la Facultad para servir de apoyo tanto a la docencia como a la investigación.

Los Cuadernos de Trabajo se pueden descargar de la página de la Biblioteca de la Facultad www.ucm.es/BUCM/est/, en la página del Repositorio Institucional UCM E-Prints Complutense y en la sección de investigación de la página del centro www.ucm.es/centros/webs/eest/

CONTACTO:

Biblioteca de la Facultad de Estudios Estadísticos

Universidad Complutense de Madrid

Av. Puerta de Hierro, S/N

28040 Madrid

Tlf. 913944035

buc_est@buc.ucm.es

Los trabajos publicados en la serie Cuadernos de Trabajo de la Facultad de Estudios Estadísticos no están sujetos a ninguna evaluación previa. Las opiniones y análisis que aparecen publicados en los Cuadernos de Trabajo son responsabilidad exclusiva de sus autores.

ISSN: 2341-2550

Belén Matemático

Gloria Cabrera Gómez
cabrera@ucm.es

Departamento de Análisis Matemático y Matemática Aplicada
Facultad de Estudios Estadísticos. Universidad Complutense de Madrid

Introducción

Cuando la pasión por las matemáticas impregna tu vida diaria y vives con gran placer compartir esa visión del mundo con los demás, se puede decir que tienes alma de divulgador.

Como consecuencia de ese modo de ver y vivir surgió la idea de este belén matemático, un nacimiento navideño en el que el hilo conductor son las matemáticas. Todo, absolutamente todo en este belén tiene una relación directa con la matemática. Los protagonistas, las construcciones, el decorado, son objetos matemáticos o representan conceptos matemáticos de una variedad de ramas de esa disciplina.

Para que no se nos pase por alto ningún detalle, presento en este documento las explicaciones de esos conceptos.

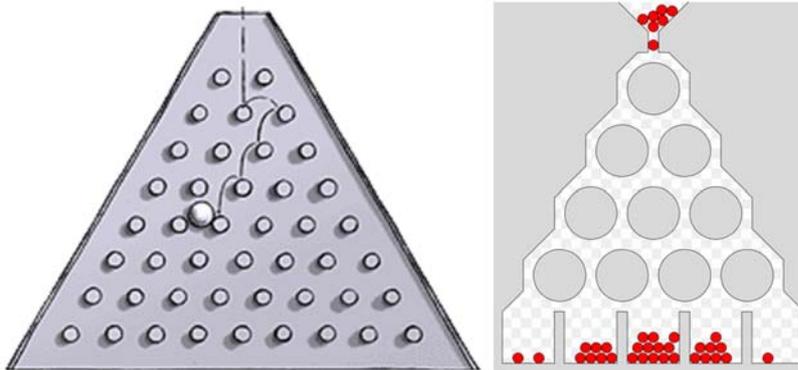
Paralelamente hemos elaborado un vídeo explicado sobre el Belén. Puede visitarse en el siguiente enlace: https://www.youtube.com/watch?v=ShdW_8IJyyw

Palabras Clave: Belén matemático, divulgación matemática, aparato de Galton, fractal, árbol pitagórico, cinta de Möebius, cuadrado mágico, cubo de Menger, triángulo de Sierpinski, proporción áurea, rectángulo de oro, número ϕ , espiral logarítmica, sucesión de Fibonacci, estrella pitagórica, pentágono estrellado, número pi, péndulo de ondas, superficies topológicas, teselaciones.



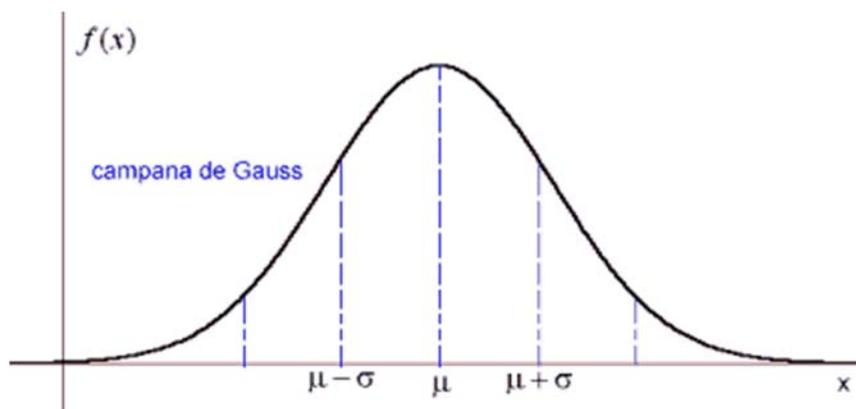
Aparato de Galton

El aparato de Galton es un mecanismo compuesto de un tablero vertical, una serie de clavos dispuestos en filas y unos casilleros rectangulares verticales en la parte inferior. La utilidad del aparato se pone de manifiesto al lanzar de una en una, un conjunto de bolas; cada vez que se lanza una bola desde la parte superior ésta chocará con un tope y aleatoriamente se desplazará a derecha o izquierda, para volver nuevamente a chocar en otro tope y volver a desplazarse a derecha o izquierda y así sucesivamente hasta caer en uno de los casilleros finales.



En cada tope, la bola tiene un 50% de probabilidad de ir a un lado u otro.

La realización del experimento con suficiente cantidad de bolas pone de manifiesto que la distribución de bolas depositadas en el fondo adopta la forma aproximada de la **campana de Gauss** o **curva Normal**.

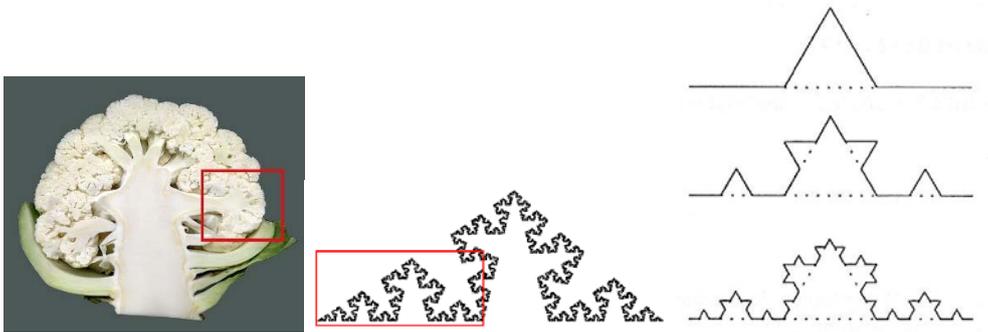


Fractales

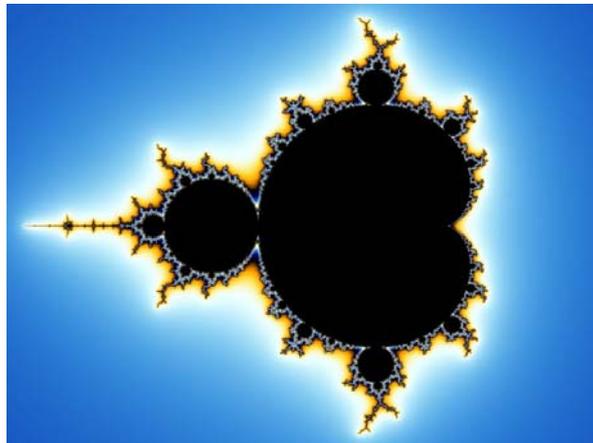
Un fractal es un objeto geométrico cuya estructura básica, fragmentada o aparentemente irregular se repite a diferentes escalas, es decir tiene la propiedad de la autosimilitud.

Una figura geométrica es autosímil si al ver una de sus partes con lupa reconocemos la forma de toda la figura de nuevo.

En los ejemplos de la coliflor y la “curva de Koch” la región en el cuadrado rojo es una copia pequeña de toda la figura. Por lo tanto, la figura se repite en sí misma una y otra vez.



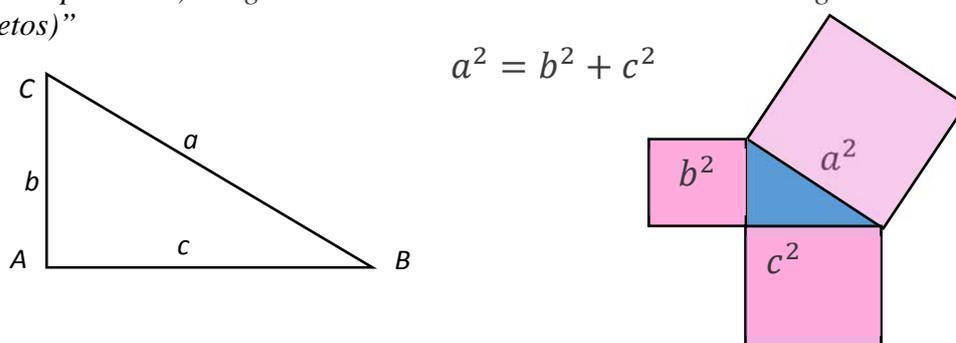
Uno de los más famosos fractales es el conjunto de Mandelbrot:



Árbol pitagórico



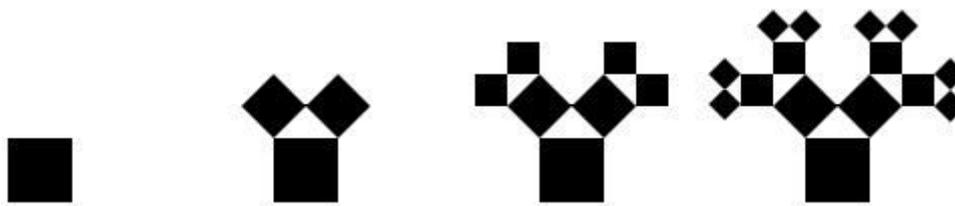
Según el **Teorema de Pitágoras**: “En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud del lado mayor (la hipotenusa) es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos lados (los catetos)”



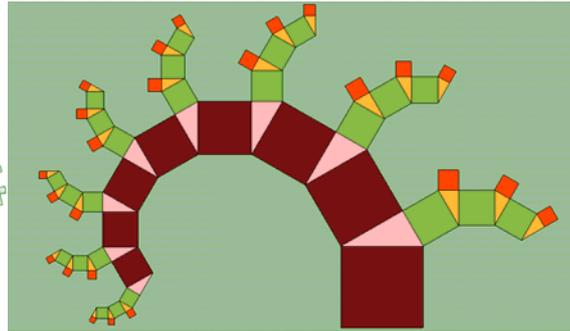
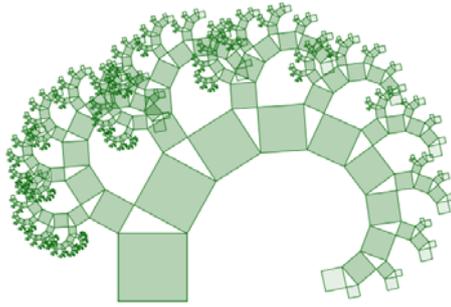
Geoméricamente el teorema de Pitágoras afirma que, construyendo los cuadrados sobre cada uno de los lados de un triángulo rectángulo, el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los otros dos cuadrados.

Podemos ahora plantear la siguiente figura: a partir de un cuadrado sobre uno de sus lados construimos un triángulo rectángulo, de manera que sobre cada uno de los dos catetos de ese triángulo construimos sendos cuadrados de lado dichos catetos respectivamente.

Ahora, con los dos cuadrados construidos posteriormente podemos repetir el mismo procedimiento. Por ejemplo, repitiendo tres veces este procedimiento obtenemos:



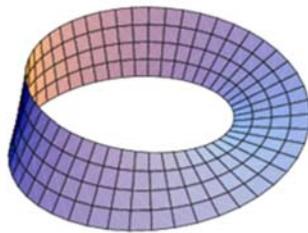
Podemos repetir este procedimiento tantas veces como queramos y lo que se obtiene es un fractal, conocido como *Árbol de Pitágoras*.



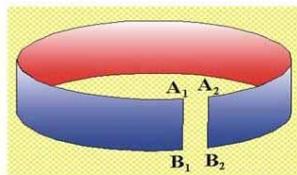
La cinta o banda de Möebius

Una cinta cilíndrica posee dos caras, una interior y otra exterior, y dos bordes o fronteras que separan las dos caras.

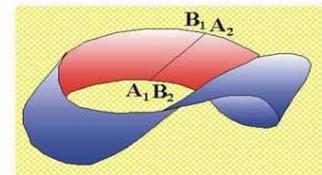
La cinta o banda de Moebius es una superficie que **sólo posee una cara** (en la que por tanto no tiene sentido hablar de cara interior y cara exterior). Y tiene **sólo un borde** (se puede comprobar siguiendo el borde con un dedo, apreciando que se alcanza el punto de partida tras haber recorrido la totalidad del borde).



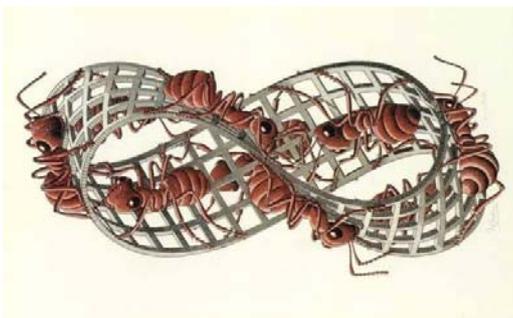
Puede construirse con una cinta de papel cuyos extremos se han unido después de girarlos.



Cinta cilíndrica



Cinta de Möebius



Escher se inspiró en la banda de Moebius para crear esta conocida imagen.

Cuadrado Mágico

Un **cuadrado mágico** es una matriz cuadrada rellena con números naturales de forma que todas las filas, todas las columnas y las diagonales sumen el mismo número, que se llama la **constante mágica**.

8	1	6
3	5	7
4	9	2



El **cuadrado mágico de Dürero**, de tamaño 4x4, tiene constante mágica 34.

Además, el 34 se obtiene sumando muchas otras posiciones. Por ejemplo, sus cuatros esquinas suman 34, los cuatro números centrales suman 34, Si dividimos el cuadrado en cuatro cuadrados tenemos que los números que integran cada uno de ellos suman 34.

Este cuadrado mágico aparece en la obra **Melancolía** de Dürero que data de 1514, fecha también reflejada en el propio cuadrado en los dos números centrales de la fila inferior.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1



En la Fachada de la Pasión de la Sagrada Familia de Barcelona también aparece otro cuadrado mágico, aunque tiene un par de números modificados para que la constante mágica sea 33, la edad de Cristo en la Pasión.



Esponja o Cubo de Menger

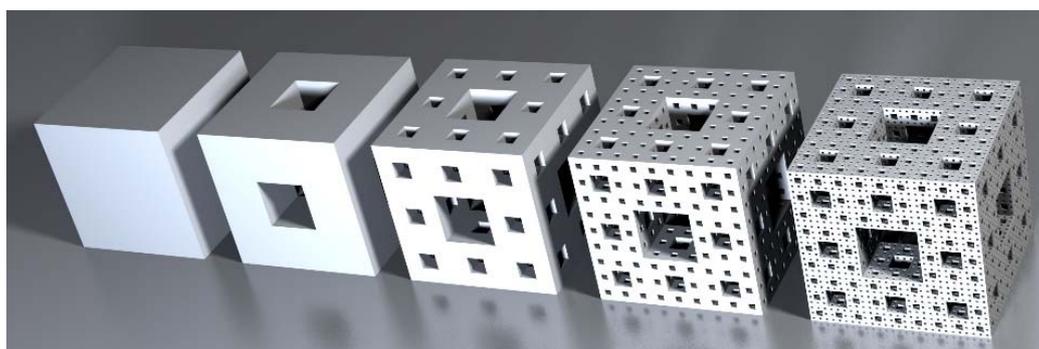


La esponja de Menger es un fractal construido a partir de un cubo inicial que en sucesivos pasos (infinitos pasos) se va agujereando según el patrón que podemos ver en los primeros pasos de la foto.

En el primer paso se divide el cubo inicial en 27 cubos más pequeños (tres en cada una de las longitudes ancho, largo y alto) y se eliminan los cubos centrales de cada cara y el cubo del centro. Con lo que quedan 20 cubos; a cada uno de ellos se le aplica el mismo procedimiento descrito. Y así sucesivamente.

Este objeto matemático es una sorprendente estructura tridimensional con curiosas características:

- **Su volumen es cero.**
- **La superficie lateral es infinita.**



En los siguientes enlaces puede verse distintas animaciones.

<https://matemelga.files.wordpress.com/2014/11/menger-sponge-animation-2.gif>

<https://matemelga.files.wordpress.com/2014/11/menger-sponge.gif>

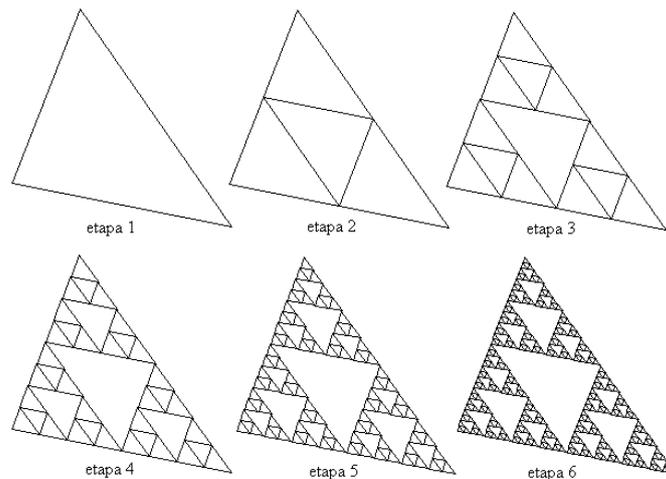
Triángulo de Sierpinski



El triángulo (o alfombra) de Sierpinski es un fractal construido en varias etapas.

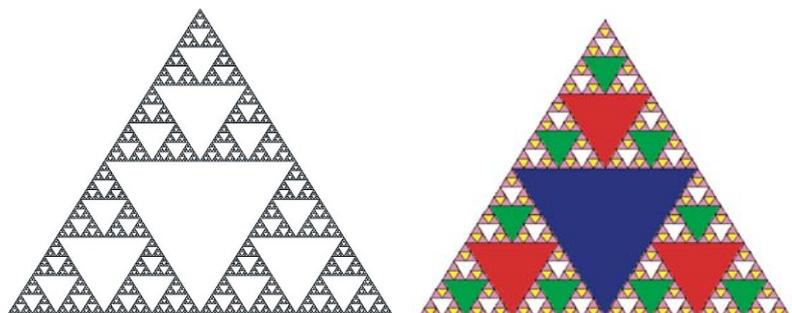
Inicialmente se tiene un triángulo equilátero. Uniendo los puntos medios de cada lado, el triángulo queda dividido en 4 nuevos triángulos más pequeños, y se elimina el triángulo central. En cada uno de los 3 triángulos restantes se repite el procedimiento. Y así sucesivamente.

Repitiendo infinitamente el proceso se obtiene una figura fractal denominada triángulo de Sierpinski.



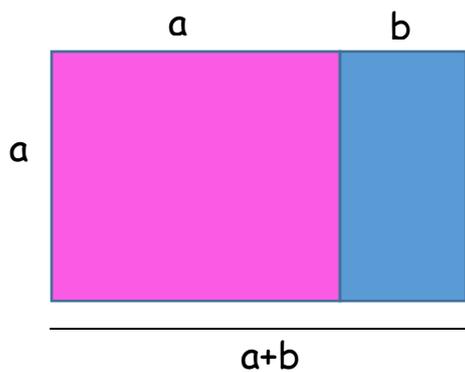
Verifica curiosas propiedades:

- **Su área es cero**
- **Su perímetro es infinito.**



Rectángulo de oro. Número de oro. Número Fi.

Son conceptos que encontramos en las proporciones del templo, en las proporciones de las pirámides, en el oasis del desierto, en la caracola de la que emana la cascada de agua.



$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

Un rectángulo de longitudes a y b se dice que es un rectángulo de oro, o de proporciones áureas si se verifica que $\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$

En tal caso el rectángulo de longitudes $a+b$ y b también es de oro.

Y ese número, dado por esa proporción se llama número de oro o número fi (φ). $\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi$

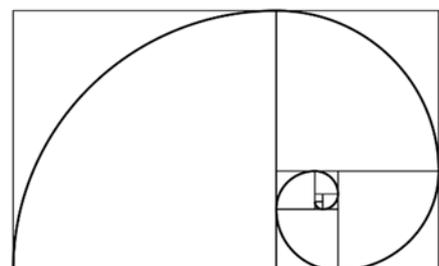
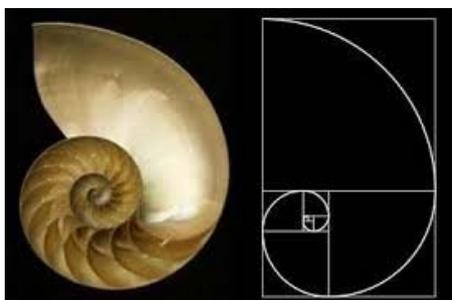
Su valor es $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,618033988749\dots$

Espiral Áurea o Espiral Logarítmica.

A partir de un rectángulo de oro, podemos construir en un proceso reiterado (semejante a un fractal) una secuencia de rectángulos de oro cada vez más pequeños, siguiendo el procedimiento de quitarle a cada rectángulo un cuadrado cuyo lado es la longitud menor del rectángulo.



Sobre esta base de cuadrados/rectángulos se puede construir una espiral uniendo los arcos de curva de circunferencia trazados en cada cuadrado con centro en uno de los vértices y radio el lado del cuadrado. La espiral así generada se llama espiral áurea o espiral logarítmica



Sucesión de Fibonacci en las flores



La *sucesión de Fibonacci* es una sucesión infinita de números naturales que comienza con los números 1 y 1, y a partir de ellos, cada término se obtiene sumando los dos anteriores:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1.597...

1	1	2	3	5	8	13	21...
Sucesión de Fibonacci							
1						3 + 5 = 8	
1						5 + 8 = 13	
1 + 1 = 2						8 + 13 = 21	
1 + 2 = 3						13 + 21 = 34	
2 + 3 = 5						...	

El número de pétalos de las flores sigue normalmente la sucesión de Fibonacci, las hay de 1, 2, 3, 5, 8, 13, pétalos



1 pétalo
white calla lily



2 pétalos:
euphorbia



3 pétalos:
trillium



5 pétalos:
columbina



8 pétalos
bloodroot



13 pétalos:
black-eyed susan



21 pétalos
shasta daisy



Las margaritas silvestres
suelen tener 34 pétalos

La sucesión de Fibonacci, el rectángulo de oro y el número de oro están íntimamente relacionados.

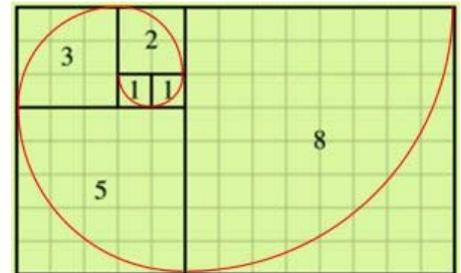
- La sucesión de cocientes entre cada dos términos consecutivos de la sucesión de Fibonacci tiene como límite el número de oro.

$$\{a_n\} = \{1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 \dots\}$$

$$\left\{\frac{a_{n+1}}{a_n}\right\} = \left\{\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}, \dots\right\}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \varphi$$

- También aparecen los números de la sucesión de Fibonacci en la construcción reiterada de los rectángulos de oro.

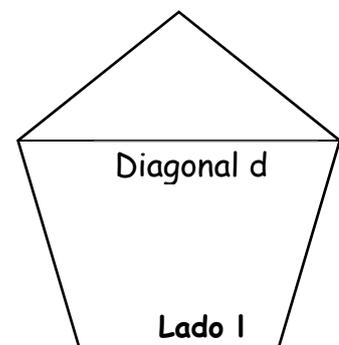
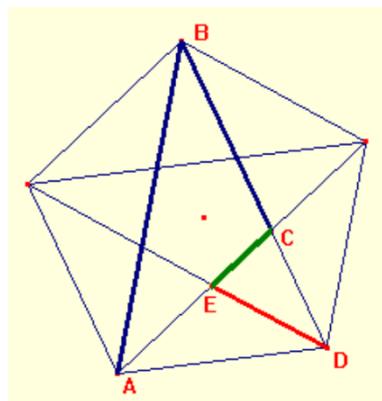
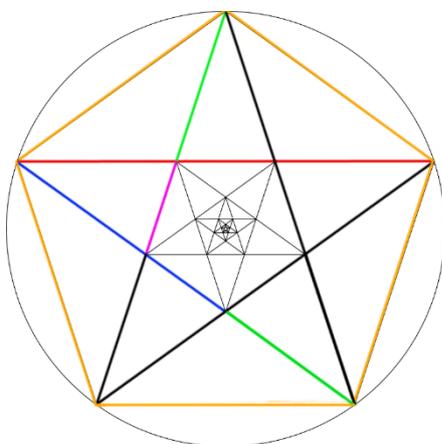


Estrella pitagórica y pentágono estrellado

La estrella pitagórica y el pentágono de oro encajan uno dentro del otro de manera indefinida (proceso fractal), hasta el infinito. Sus proporciones son áureas, es decir los cocientes entre dos de sus longitudes son el número de oro o número fi (φ)



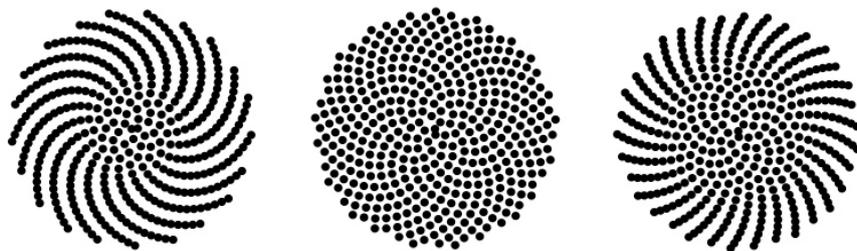
$$\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{DE} = \frac{DE}{EC} = \frac{\text{diagonal}}{\text{lado}} = \varphi = 1,618 \dots$$



Sucesión de Fibonacci en los girasoles



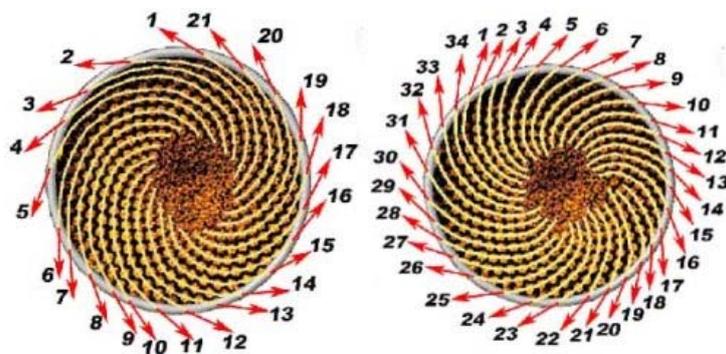
En la cabeza de los girasoles hay dos tipos de espirales, unas en el sentido de las agujas del reloj y otro en el sentido contrario.



El número de espirales que hay en cada una de las direcciones da **dos números consecutivos de la sucesión de Fibonacci**.

En la siguiente imagen hay **21** espirales en un sentido y **34** en el otro, es decir, dos números consecutivos de la sucesión de Fibonacci

En otros girasoles podemos encontrar **34** y **55**, o **55** y **89**.



Número pi (π)



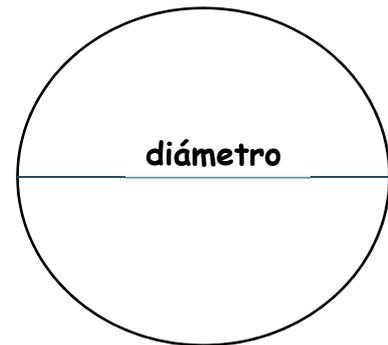
El número pi es la proporción entre la longitud de cualquier circunferencia y su diámetro.

Su valor es 3,14159265358979323....

Aproximadamente 3,1416.

O simplemente 3,14

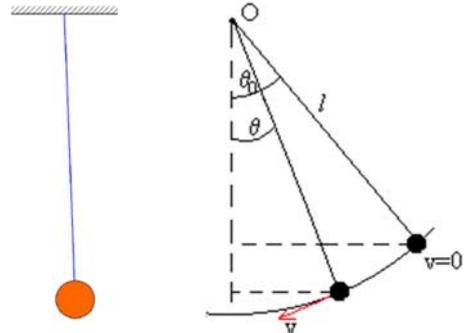
$$\pi = \frac{\text{longitud Circunferencia}}{\text{diámetro}} = 3,141592....$$



El péndulo de ondas

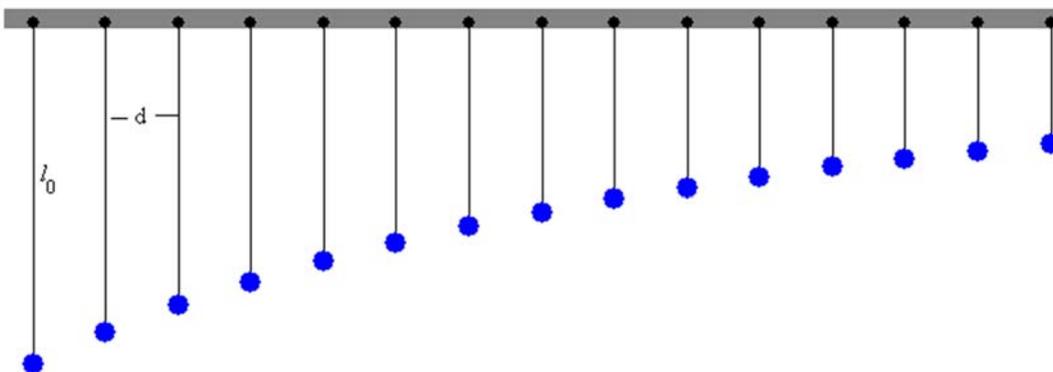


El **péndulo simple** es un mecanismo formado por una partícula de masa m suspendida de un hilo inextensible de longitud l . Si la partícula se desplaza a una posición y se suelta, el péndulo comienza a oscilar.



El **péndulo de ondas** está formado por la unión de varios péndulos simples. Son una serie de cuerpos suspendidos a distintas alturas, separados todos por la misma distancia.

Cuando movemos todos los cuerpos al mismo tiempo y en la misma dirección, estas se balancean produciendo gradualmente un efecto de onda.



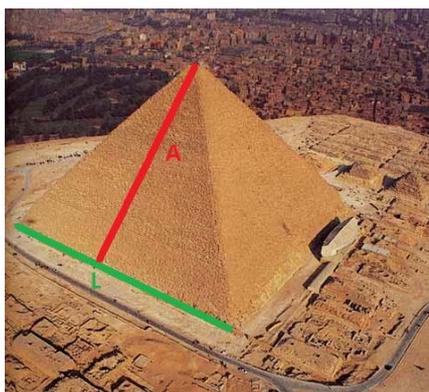
En el siguiente vídeo puede verse el movimiento:

<https://youtu.be/IIG1hn2wpbo?list=PLfL4MpupAyesl6Wkuxk5Rs2nxSDAhUAc>

Proporciones áureas en la pirámide de Keops



Tres mediciones cuyo cociente es el número de oro $\varphi = 1,618\dots$



La altura del triángulo dividido entre la mitad de la base del triángulo es el número de oro ($\varphi = 1,618\dots$)

$$\varphi = \frac{A}{L/2}$$

El área total de la pirámide (es decir, la suma del área de la base más las cuatro áreas triangulares) dividida **entre esas cuatro áreas triangulares**, da como resultado **el número de oro**

$$\varphi = \frac{\square + \Delta + \Delta + \Delta + \Delta}{\Delta + \Delta + \Delta + \Delta}$$

El cociente entre la suma de las cuatro áreas triangulares y el área de la base cuadrada, es también el número de oro.

$$\varphi = \frac{\Delta + \Delta + \Delta + \Delta}{\square}$$

El rectángulo de oro en el Partenón de Atenas



A continuación, se muestran imágenes de varios rectángulos de oro encuadrados en el Partenón



Superficies topológicas

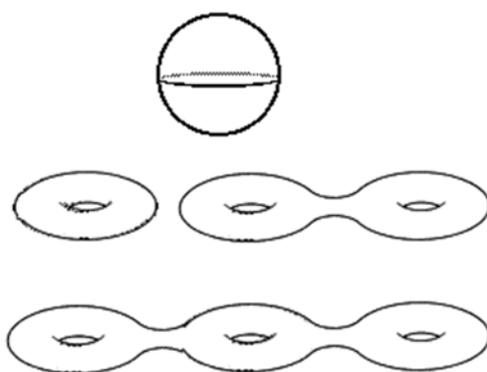


Podemos afirmar (simplificando la terminología) que en la rama de las matemáticas llamada Topología, las superficies (orientables) **se clasifican según el número de agujeros que tengan.**

Esfera es cualquier superficie que pueda obtenerse a partir de una esfera por deformación elástica sin cortar ni agujerear.

Toro (una rosquilla) es una esfera con un agujero.

Cualquier otra **superficie de n agujeros** se obtiene por unión de toros, tantos toros como agujeros.



En nuestro Belén los animales están clasificados en tres categorías:

- Las esferas son **cerdos y pollos**
- Las superficies con un agujero son **ovejas**
- Las superficies con dos agujeros son **vacas.**

Tablero de Ajedrez



¿Cuánto trigo se necesita para colocar 1 grano en la primera casilla del ajedrez, 2 en la segunda, 4 en la tercera, y así sucesivamente doblando en cada casilla el número de granos colocados en la casilla anterior?

En la casilla n hay que colocar 2^n granos de trigo. Como hay 64 casillas, a la última le corresponden 2^{63} granos de trigo, que son más de 9 trillones de granos. Y sumando la cantidad depositada en todas las casillas, hacen falta un total de casi 13 trillones y medio de granos. Exactamente 18.446.744.073.709.551.615 granos.

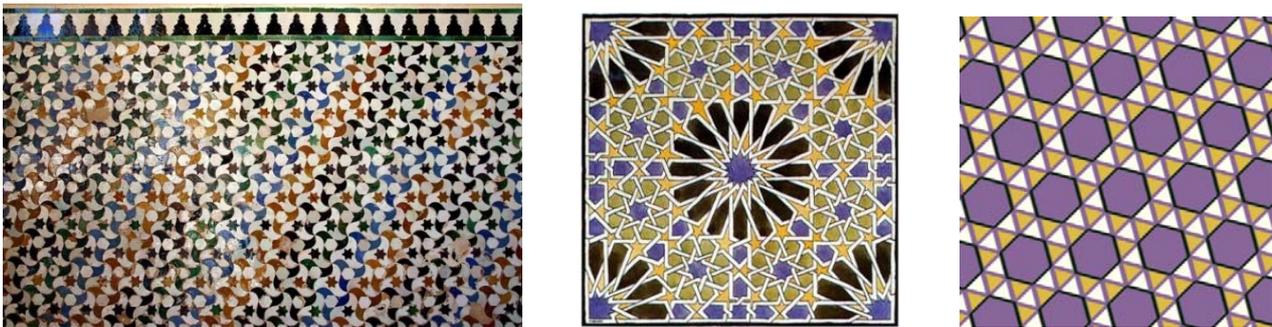
Que traducido a peso son 737.869.762.948.382 Kg, más de 700 billones de kilos. Es decir, la cosecha mundial de trigo recolectada durante 1000 años



Teselaciones y Mosaicos



Un **mosaico** es una obra pictórica elaborada con pequeñas piezas de piedra, cerámica, vidrio u otros materiales similares de diversas formas y colores, llamadas teselas, unidas mediante yeso, u otro aglomerante, para formar composiciones decorativas geométricas o figurativas.



Un **teselado** o teselación es una regularidad o patrón de figuras que cubre o pavimenta completamente una superficie plana y cumple dos requisitos:

1. Que no queden huecos
2. Que no se superpongan las figuras

Los teselados se crean usando transformaciones en el plano sobre una o varias figuras iniciales. Pueden clasificarse según se construyan

- a partir de una única figura regular, en cuyo caso sólo hay tres posibilidades que son cuadrados, hexágonos y triángulos equiláteros
- usando figuras no regulares, combinando varias o usando deformaciones de algunas de ellas, en cuyo caso las posibilidades se multiplican.

Varios

Para terminar, agrupamos en este último apartado detalles variados relacionados con la matemática, sus procedimientos, sus instrumentos, sus juegos, etc. Concretamente llamamos la atención sobre:

- Los sistemas de numeración que aparecen reflejados en los soldados romanos (numeración romana), la Virgen y San José (numeración arábica) y un ángel (el sistema de numeración binario)



- La medida del tiempo, presentada por los reyes magos (como relojes de arena) y unos ángeles (relojes analógicos)



- La medida del dinero (representada por ángeles)

- Las unidades de medida (masa, volumen, longitud, ángulos) y sus instrumentos (reglas, compases, goniómetros, balanzas).



- Las operaciones aritméticas de los números, sus propiedades (calzada romana con la propiedad conmutativa del producto), instrumentos de la aritmética (ábaco)



- Figuras poliédricas, sólidos platónicos



- Los juegos: sudokus, y cubos de rubik



- Los experimentos aleatorios (monedas, dados, barajas de cartas)



- Los estudios de cohortes



- La función exponencial 2^x , ilustrada en el tablero de ajedrez
- La presencia del infinito.





Cuadernos de Trabajo

Facultad de Estudios Estadísticos

- CT03/2020** **Series geométricas, aritmético-geométricas y algunos ejercicios de probabilidad**
Venancio Tomeo Perucha
- CT02/2020** **La princesa elige prometido y otros ejercicios de probabilidad**
Venancio Tomeo Perucha
- CT01/2020** **Triángulos y matrices de Pascal**
Venancio Tomeo Perucha y Emilio Torrano Giménez
- CT05/2019** **Cálculo de la resolvente y suma de productos combinados en el caso hermitiano**
Venancio Tomeo Perucha y Emilio Torrano Giménez
- CT04/2019** **Relaciones entre las medias estadísticas: demostraciones**
Elena Castiñeira Holgado y Venancio Tomeo Perucha
- CT03/2019** **Introducción a MAPLE. Versión 18**
Juan Julián Ávila Tejera
- CT02/2019** **Breve historia del cálculo integral. Cálculo integral elemental**
Juan Julián Ávila Tejera
- CT01/2019** **Matrices y polinomios ortogonales**
Venancio Tomeo Perucha y Emilio Torrano Giménez
- CT03/2018** **Las matemáticas en el cine**
Gloria Cabrera Gómez
- CT02/2018** **Brecha madre-padre en el uso de las medidas de conciliación y su efecto sobre las carreras profesionales de las madres**
José Andrés Fernández Cornejo y Lorenzo Escot (Coordinadores)
Autores: José Andrés Fernández Cornejo, Lorenzo Escot, Eva María del Pozo, Sabina Belope Nguema, Cristina Castellanos Serrano, Miryam Martínez, Ana Bernabeu, Lorenzo Fernández Franco, Juan Ignacio Cáceres, María Ángeles Medina Sánchez
- CT01/2018** **El campo de valores de una matriz y su aplicación a los polinomios ortogonales**
Venancio Tomeo Perucha y Emilio Torrano Giménez
- CT02/2015** **Prospectiva del proceso electoral a Rector de la Universidad Complutense 2015. Resultados del sondeo de intención de voto en primera y segunda vuelta**
Lorenzo Escot Mangas, Eduardo Ortega Castelló, Lorenzo Fernández Franco y Kenedy Alba (Coordinadores)
- CT01/2015** **The polemic but often decisive contribution of computer science to linguistic and statistical research on translation accuracy and efficiency**
Antonio Níguez Bernal

- CT05/2014** **Las medidas estadísticas: ejercicios motivadores**
Almudena Pajares García y Venancio Tomeo Perucha
- CT04/2014** **Jugando con la estadística (y la probabilidad)**
Gloria Cabrera Gómez
- CT03/2014** **Análisis Estadístico de las Consultas a la Base de Datos de Ayudas e Incentivos a Empresas de la Dirección General de Industria y de la PYME.**
Adolfo Coello de Portugal Muñoz, Juana María Alonso Revenga
- CT02/2014** **Values of games with weighted graphs**
E. González-Arangüena, C. Manuel; M. del Pozo
- CT01/2014** **Estimación de la tasa de retorno de la carta del censo de los Estados Unidos a través del modelo de regresión lineal y técnicas de predicción inteligentes.**
José Luis Jiménez-Moro y Javier Portela García Miguel
- CT03/2013** **Provisión de siniestros de incapacidad temporal utilizando análisis de supervivencia.**
Ana Crespo Palacios y Magdalena Ferrán Aranz
- CT02/2013** **Consumer need for touch and Multichannel Purchasing Behaviour.**
R. Manzano, M. Ferrán y D. Gavilán
- CT01/2013** **Un método gráfico de comparación de series históricas en el mercado bursátil.**
Magdalena Ferrán Aranz
- CT03/2012** **Calculando la matriz de covarianzas con la estructura de una red Bayesiana Gaussiana**
Miguel A. Gómez Villegas y Rosario Susi
- CT02/2012** **What's new and useful about chaos in economic science.**
Andrés Fernández Díaz, Lorenzo Escot and Pilar Grau-Carles
- CT01/2012** **A social capital index**
Enrique González-Arangüena, Anna Khmel'nitskaya, Conrado Manuel, Mónica del Pozo
- CT04/2011** **La metodología del haz de rectas para la comparación de series temporales.**
Magdalena Ferrán Aranz
- CT03/2011** **Game Theory and Centrality in Directed Social Networks**
Mónica del Pozo, Conrado Manuel, Enrique González-Arangüena y Guillermo Owen.
- CT02/2011** **Sondeo de intención de voto en las elecciones a Rector de la Universidad Complutense de Madrid 2011**
L.Escot, E. Ortega Castelló y L. Fernández Franco (coords)
- CT01/2011** **Juegos y Experimentos Didácticos de Estadística y Probabilidad**
G. Cabrera Gómez y M^a.J. Pons Bordería
- CT04/2010** **Medio siglo de estadísticas en el sector de la construcción residencial**
M. Ferrán Aranz
- CT03/2010** **Sensitivity to hyperprior parameters in Gaussian Bayesian networks.**
M.A. Gómez-Villegas, P. Main, H. Navarro y R. Susi
- CT02/2010** **Las políticas de conciliación de la vida familiar y laboral desde la perspectiva del empleador. Problemas y ventajas para la empresa.**
R. Albert, L. Escot, J.A. Fernández Cornejo y M.T. Palomo
- CT01/2010** **Propiedades exóticas de los determinantes**
Venancio Tomeo Perucha

- CT05/2009** **La predisposición de las estudiantes universitarias de la Comunidad de Madrid a auto-limitarse profesionalmente en el futuro por razones de conciliación**
R. Albert, L. Escot y J.A. Fernández Cornejo
- CT04/2009** **A Probabilistic Position Value**
A. Ghintran, E. González-Arangüena y C. Manuel
- CT03/2009** **Didáctica de la Estadística y la Probabilidad en Secundaria: Experimentos motivadores**
A. Pajares García y V. Tomeo Perucha
- CT02/2009** **La disposición entre los hombres españoles a tomarse el permiso por nacimiento. ¿Influyen en ello las estrategias de conciliación de las empresas?**
L. Escot, J.A. Fernández-Cornejo, C. Lafuente y C. Poza
- CT01/2009** **Perturbing the structure in Gaussian Bayesian networks**
R. Susi, H. Navarro, P. Main y M.A. Gómez-Villegas
- CT09/2008** **Un experimento de campo para analizar la discriminación contra la mujer en los procesos de selección de personal**
L. Escot, J.A. Fernández Cornejo, R. Albert y M.O. Samam
- CT08/2008** **Laboratorio de Programación. Manual de Mooshak para el alumno**
D. I. de Basilio y Vildósola, M. González Cuñado y C. Pareja Flores
- CT07/2008** **Factores de protección y riesgo de infidelidad en la banca comercial**
J. M^a Santiago Merino
- CT06/2008** **Multinationals and foreign direct investment: Main theoretical strands and empirical effects**
María C. Latorre
- CT05/2008** **On the Asymptotic Distribution of Cook's distance in Logistic Regression Models**
Nirian Martín y and Leandro Pardo
- CT04/2008** **La innovación tecnológica desde el marco del capital intelectual**
Miriam Delgado Verde, José Emilio Navas López, Gregorio Martín de Castro y Pedro López Sáez
- CT03/2008** **Análisis del comportamiento de los indecisos en procesos electorales: propuesta de investigación funcional predictivo-normativa**
J. M^a Santiago Merino
- CT02/2008** **Inaccurate parameters in Gaussian Bayesian networks**
Miguel A. Gómez-Villegas, Paloma Main and Rosario Susi
- CT01/2008** **A Value for Directed Communication Situations.**
E. González-Arangüena, C. Manuel, D. Gómez, R. van den B



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE
MADRID

